

表面符号の復号に必要なスピングラスの基底状態探索に関する研究

著者	工藤 祐太
雑誌名	東北大学電通談話会記録
巻	88
号	1
ページ	320-321
発行年	2019-07
URL	http://hdl.handle.net/10097/00126684

修士学位論文要約（平成31年3月）

表面符号の復号に必要なスピングラスの基底状態探索に関する研究

工藤 祐太

指導教員：田中 和之， 学位論文指導教員：大関 真之

A study on the ground state search of spin glasses required for surface code decoding

Yuta KUDO

Supervisor: Kazuyuki TANAKA, Research Advisor: Masayuki OHZEKI

Qubit, which is an element of information handled by quantum computers that is expected to solve at high speed using the principle of quantum mechanics, is vulnerable to noise and requires a quantum error correction code. In particular, surface codes are widely regarded as codes to be actually installed in quantum computers because of their scalability and robustness. However, since surface codes cannot be decoded uniquely, some algorithm that can be efficiently performed is required. In this research, we analyze and verify two methods that enable efficient decoding by using thermal and quantum fluctuations in nature.

1. はじめに

近年、量子コンピュータが注目を集めている。これは量子力学の原理に従って動作し、従来のコンピュータの情報の最小単位であるビットの“0”と“1”の重ね合わせ状態をとることのできる量子ビットを情報の素子に用いたコンピュータである。量子ビットに対する演算は、重ね合わせにある各々の可能性に対して並列に実行されるため、高速化が期待されている。

しかし、量子ビットはノイズに非常に弱く、重ね合わせ状態を保っていられる時間はわずかであるため、計算中にも常に動作する量子誤り訂正符号[1]が必要になる。これは量子ビットのアナログな状態に生じるアナログなエラーに対処する枠組みであるが、デジタルに行うことができる。数ある符号の中でも、表面符号[2]は局所的な誤り検査演算のみで構成され、表面を構成する図形の大局的なトポロジーによって符号化を行うため、スケーラビリティとロバスト性に優れており、実際に量子コンピュータに搭載する符号として有力視されている。

表面符号においては、誤り検査結果から訂正を行う場所を推定する「復号」を一意に行うことができないため、効率的に行う手法を考えることが重要になる。本研究では、効率良い復号のために、熱揺らぎを用いる手法と、量子揺らぎを用いる手法について性能解析や検証を行った。

2. 表面符号とスピングラス模型

表面符号は、2 量子ビットの情報を多数の量子ビットを用いて符号化する。多くの量子ビットを用いたことにより、符号化された情報は局所的なエラーに対し

て強くなる。符号を構成する個々の量子ビットに対しては、任意のアナログエラーが生じうるが、それらに対する、ビット反転・位相反転の2種類のエラー訂正（つまり、デジタルな操作）を行うのみで、符号化された量子情報を正しく保つことが出来る。各量子ビットに対して、ビット反転、及び位相反転エラーが確率 $p \in [0,1]$ で独立に発生するエラーモデルを仮定したとき、正しく復号を行うことのできる限界の p を誤りしきい値と呼び、その符号の性能の指標に用いる。

以下では、表面符号の一種であるトーラス符号を考える。トーラス符号は、トーラスに埋め込んだ格子（つまり、周期境界条件を課した格子）の辺上に量子ビットを並べた符号である。以下、格子には正方格子を仮定する。全ての頂点と面には、それぞれ位相反転とビット反転を検出する検査演算子が定義されている。どちらのエラーも同様に対処できるため、位相反転エラーの訂正を考える。検査結果として、各頂点において、連続した辺の量子ビットに作用したエラー（エラーチェーンと呼ぶ）の端点において-1、それ以外で+1 が得られる。-1 の頂点を繋ぐチェーンに対して、位相反転を行うことによって、結果としてサイクルを作ることで誤り訂正が完了する。この時、サイクルがトーラスを巻くようなものになってしまった場合、

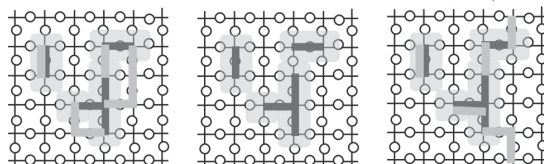


図1. 検査結果(中央)に基づく、表面符号の位相反転エラーの復号結果(左:成功, 右:失敗)

エンコードした情報に位相反転が生じたことになり、復号失敗である。

復号は端点のつながりの組合せ最適化問題であり、最短距離で端点同士をつなぐ問題(MWPM)の解が、誤りしきい値の高い準最適な復号手法として知られている。本論文では、この方法の計算量の問題を解決するために、MWPM をスピングラス模型へマッピングし、物理現象を利用して高速に解く方法に関して性能評価を行った。

スピングラス模型は、以下のようなエネルギー関数(ハミルトニアン)によって決まり、相互作用 J_{ij} がスピン変数 S_i, S_j 間の関係を決め、磁場 h_i が各 S_i の傾向を決める。その最小値を与える、二値変数の集合の $\{S_i\}$ が、マップした組合せ最適化問題の解となる。

$$H(\{S_i\}) = -\sum_{i<j} J_{ij} S_i S_j - \sum_i h_i S_i \quad (1)$$

3. 熱揺らぎを用いた復号

以下のハミルトニアンの最小値を与える基底状態 $\{S_i\}$ が、MWPM の解に相当する。具体的には、各 S_i は表面符号の量子ビットに一对一に対応しており、 $S_i = 1$ の場合は何もせず、 $S_i = -1$ の場合に訂正を施せばよい。 b_v は表面符号の頂点に対応し、誤り検査値 ± 1 が割り当てられ、 $J, h > 0$ である。

$$H(\{S_i\}) = -J \sum_{v \in V} b_v \prod_{i \in E_v} S_i - h \sum_{i \in E} S_i \quad (2)$$

この模型の基底状態を求める問題を効率良く解くために、熱揺らぎを利用した方法が考案されている[3]。符号の線形サイズ L に対して $J = \alpha(h/2) \log L$ とスケールさせたときの各 α に対するしきい値を比較し、最適なスケールリングを探った。図 2 に示したように、 $\alpha = 1$ が最適だと求まった。

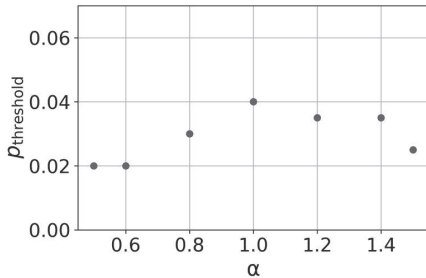


図 2. 各 α に対する誤りしきい値

4. 量子揺らぎを用いた復号

量子アニーリングは、量子揺らぎを用いて組合せ最適化問題を解く手法であり、D-Wave マシンがこれを実行するデバイスとして利用可能である。しかし、利

用可能な量子ビット数が約 2000 個に限られる上、2 体相互作用までしか取り扱うことができないため、前節とは別の定式化をする必要がある。本研究においては、以下のように定式化した。

$$H(\{q_{ij}\}) = h \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} q_{ij} + \lambda \sum_{i \in V} \left(\sum_{j \in \partial i} q_{ij} - 1 \right)^2 \quad (3)$$

ここで、 $q_{ij} \in \{0,1\}$ は、エラーの端点 i, j を繋ぐか(1)否か(0)を表すバイナリ変数である。 $d_{ij} > 0$ は、頂点間を最短距離でつないだ時の距離である。パラメータ $h, \lambda > 0$ を適切に調整すれば、基底状態を利用して最短距離復号を行うことが出来る。 $L = 6, 8$ の符号で実験を行った結果、図 3 に示したように $L = 6$ までなら復号に利用できる可能性があることが分かった。

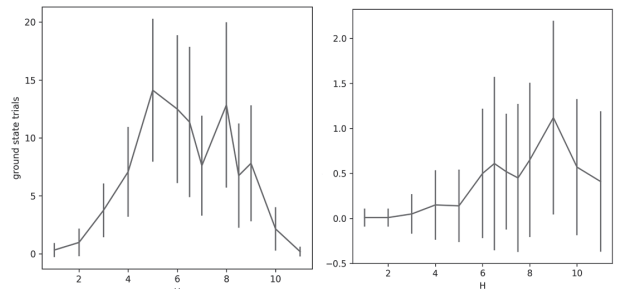


図 3. $L = 6$ (左), 8 (右)の 1000 試行中に最短距離復号が得られた回数の比較($\lambda = 5$, 横軸 h)

5. まとめ

表面符号の復号に物理現象を利用して効率よく行う二つの手法に関して、性能評価や検証を行った。熱揺らぎの手法に関しては、相互作用の最適なスケールリングを決定することが出来た。量子揺らぎの手法に関しては、現状 $L = 6$ までなら、高性能な復号として利用できる可能性があることが分かった。

参考文献

- [1] Peter W Shor. Physical review A, Vol. 52, No. 4, p. R2493, 1995.
- [2] A Yu Kitaev. Annals of Physics, Vol. 303, No. 1, pp. 2-30, 2003.
- [3] Keisuke Fujii, et.al. Physical Review X, Vol. 4, No. 5, p. 041039, 2014.